

4 関数 $f(x) = \frac{5}{2}x(1-x)$ について考える .

(1) $\frac{2}{5} < x < \frac{4}{5}$, $x \neq \frac{3}{5}$ のとき , 不等式 $-1 < \frac{f(x) - \frac{3}{5}}{x - \frac{3}{5}} < 0$ が成り立つことを示せ .

(2) 数列 $\{a_n\}$ を

$$x_0 = \frac{1}{2}, \quad x_{n+1} = f(x_n) \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

により定義する .

$$x_0 < x_2 < \dots < x_{2k} < x_{2k+2} < \dots < \frac{3}{5} < \dots < x_{2k+3} < x_{2k+1} < \dots < x_3 < x_1$$

となることを示せ .