

1 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -a \\ a & b \end{pmatrix}$ (a, b は実数で, $a > 0$) により表される 1 次変換

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ について考える.

(1) $A^2 + A + E = O$ を満たすように A を定めよ. ここで E は単位行列, O は零行列を表すものとする.

(2) 原点を $O(0, 0)$, 直線 $x = 2$ 上の点を $P(2, p)$ とし, (1) で定められた行列 A による 1 次変換で, 点 P が点 Q に移るものとする.

$|\overrightarrow{OQ}| \geq |\overrightarrow{OP}|$ となるような p の範囲を求めよ.

(3) (2) の大きさの比 $\frac{|\overrightarrow{OQ}|}{|\overrightarrow{OP}|}$ の最大値を求めよ.