

4 関数 $f(x)$ は微分可能で、すべての x, y に対して次の等式

$$2f\left(\frac{x+y}{2}\right) = f(x) + f(y)$$

を満たしているとする。

(1) $f(0) = 0$ のとき $f(x)$ を求めよ。

(2) (1) で求めた $f(x)$ のうち、次の積分

$$\int_0^{2\pi} \{f(x) - \sin x\}^2 dx$$

の値を最小にする $f(x)$ を求めよ。