

6 a を実数とし, 点 $(1, -1)$ を点 $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ に, 点 $(1, 1)$ を点 $(2a - \sqrt{2}, 2\sqrt{2} - 2a)$ に移す 1 次変換を f とする. さらに, 直線 $l: x + y = 1$ 上の点 P_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を次のように帰納的に定める.

(i) 点 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ を P_1 とする.

(ii) P_n を f で移した点を P_n' とし, 原点 O と P_n' を通る直線が l と交わる点を P_{n+1} とする.

このとき

(1) $|\overrightarrow{P_n P_{n+1}}|$ を a と n で表せ.

(2) $|\overrightarrow{P_1 P_8}| = \frac{635}{\sqrt{2}}$ となるような a の値を求めよ.