

4 次の2つの等式を同時に満たす関数 $f(x)$ と $g(x)$ を考える .

$$f(x) = x^2 + \int_{-1}^1 (x-t)g(t)dt,$$

$$g(x) = \int_{-1}^1 \left\{ \frac{3}{2}f(t-x) + xg(t) \right\} dt$$

(1) $f(x)$ は x の2次式であることを示せ .

(2) $f(x)$ と $g(x)$ を求めよ .