

5 微分可能な関数  $f(x)$  が, ある定数  $a \neq 0$  に対して  $f'(x) = af(1-x)$  を満たし,  $x=0$  で最大値 2 をとるとする.  $g(x) = \{f(x)\}^2 + \{f(1-x)\}^2$  とおく.

(1)  $g(x)$  は  $x$  によらない定数であることを示せ.

(2)  $g(x)$  を求めよ.

(3) 積分  $\int_0^1 \{f(x)\}^2 dx$  の値を求めよ.