

4 四面体  $OABC$  において,  $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ ,  $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$  とおく. 線分  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$ ,  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  の中点をそれぞれ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  とし,  $\vec{p} = \overrightarrow{LP}$ ,  $\vec{q} = \overrightarrow{MQ}$ ,  $\vec{r} = \overrightarrow{NR}$  とおく.

(1) 線分  $LP$ ,  $MQ$ ,  $NR$  は 1 点で交わることを示せ.

(2)  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を  $\vec{p}$ ,  $\vec{q}$ ,  $\vec{r}$  を用いて表せ.

(3) 直線  $LP$ ,  $MQ$ ,  $NR$  が互いに直交するとする.  $X$  を  $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{LP}$  となる空間の点とすると, 四面体  $XABC$  の体積を  $|\vec{p}|$ ,  $|\vec{q}|$ ,  $|\vec{r}|$  を用いて表せ.