

4 四面体 $OABC$ において, $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とおく. 線分 OA , OB , OC , BC , CA , AB の中点をそれぞれ, L , M , N , P , Q , R とし, $\vec{p} = \overrightarrow{LP}$, $\vec{q} = \overrightarrow{MQ}$, $\vec{r} = \overrightarrow{NR}$ とおく.

(1) 線分 LP , MQ , NR は 1 点で交わることを示せ.

(2) \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を \vec{p} , \vec{q} , \vec{r} を用いて表せ.

(3) 直線 LP , MQ , NR が互いに直交するとする. X を $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{LP}$ となる空間の点とすると, 四面体 $XABC$ の体積および四面体 $OABC$ の体積を $|\vec{p}|$, $|\vec{q}|$, $|\vec{r}|$ を用いて表せ.