

5 n を自然数とする． xy 平面の x 軸上の区間 $[p, q]$ を 2^n 等分し， k 番目の分点の x 座標を p_k とする．すなわち，

$$p_0 = p, \quad p_{2^n} = q, \quad p_k - p_{k-1} = \frac{q-p}{2^n} \quad (k = 1, 2, \dots, 2^n)$$

とする． $k = 0, 1, \dots, 2^n$ に対し，放物線 $y = x^2$ 上の点 (p_k, p_k^2) を P_k とおく．線分 $P_0P_{2^n}$ と放物線で囲まれる図形の面積を S とし，点 $P_0, P_1, \dots, P_{2^n}, P_0$ を順に結んでできる多角形の面積を S_n とする．

- (1) S_1 を求めよ．
- (2) $n > 1$ のとき， S_n と S_{n-1} の関係式を求めよ．
- (3) S_n を n を用いて表せ．
- (4) $S_n \geq 0.999S$ をみたす最小の n を求めよ．