

4 a は正の定数とし, $-1 < x < 1$ において定義される関数

$$f(x) = ax - (1+x)\log(1+x) - (1-x)\log(1-x)$$

に関して以下の問に答えよ. ただし, 対数は自然対数とする.

- (1) $-1 < x < 1$ において第 2 次導関数 $f''(x)$ は $f''(0) < 0$ であることを示せ.
- (2) $-1 < x < 1$ において $f(x)$ の最大値を与える x の値 x_0 を a を用いて表せ.
- (3) $a = 1$ の場合, $0 < x_1 < 1$ であって $f(x_1) = 0$ となる x_1 が存在することを示せ.

なお, 必要ならば $\lim_{t \rightarrow +0} t \log t = 0$ は既知としてよい.

- (4) $a = 1$ の場合の, $-1 < x < 1$ におけるグラフ $y = f(x)$ の概形をかけ.