

2 a と b を実数とし、曲線 $C : y = x^2 + 2ax + b$ と平面上の 4 点 $O(0, 0)$, $P(2, 4)$, $Q(2, 5)$, $R(0, 1)$ を頂点とする平行四辺形を考える。直線 OP は曲線 C の接線であり、その接点は線分 OP 上にあるとする。曲線 C の上側と平行四辺形 $OPQR$ の内部の共通部分の面積を $S(a)$ とおく。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) b を a で表せ。また、 a の値の範囲を求めよ。
- (2) 曲線 C が線分 OR と交わる時、 a の値の範囲を求め、 $S(a)$ を a で表せ。
- (3) a が (1) で求めた範囲を動くとき、 $S(a)$ の最大値を求めよ。