

4  $a, b, c, d$  を  $a < b, c < d, b \neq c, a \neq d$  を満たす実数,  $P(x)$  を  $x$  についての 3 次式とする.  $P(x)$  を  $(x-a)(x-b)$  で割った余りと  $P(x)$  を  $(x-c)(x-d)$  で割った余りは一致するものとする. その余りを  $R(x)$  とするとき, 以下の問いに答えよ.

(1)  $Q(x) = P(x) - R(x)$  とおくと,  $Q(x)$  は  $Q(a) = Q(b) = Q(c) = Q(d) = 0$  を満たす 3 次式であることを示せ.

(2)  $a, b, c, d$  のうち少なくとも 2 つは等しいことを示し, それを用いて,  $a = c$  または  $b = d$  が成り立つことを示せ.

(3) 3 次式

$$P(x) = (x-a)(x-b)(x-c) + (x-a)(x-b)(x-d) + (x-a)(x-c)(x-d) + (x-b)(x-c)(x-d)$$

が条件を満たすとき,  $b - a = d - c$  であることを示し,  $a = c, b = d$  となることを示せ.