

5  $\alpha, \beta, \gamma$  を複素数として、 $f(t) = \alpha t^2 + \beta t + \gamma$  とおく。実部と虚部がどちらも整数である複素数全体の集合を  $R$  とする。また、 $i$  を虚数単位とする。

(1) 次の 2 条件 (a), (b) は同値であることを示せ。

(a) すべての整数  $n$  に対し、 $f(n)$  は  $R$  の要素である。

(b)  $2\alpha, \beta - \alpha, \gamma$  はすべて  $R$  の要素である。

(2)  $x$  が  $R$  の要素ならば、 $\frac{x(x+1)}{1-i}$  は  $R$  の要素であることを示せ。

(3) 次の 2 条件 (c), (d) は同値であることを示せ。

(c) すべての  $R$  の要素  $x$  に対し、 $f(x)$  は  $R$  の要素である。

(d)  $(1-i)\alpha, \beta - \alpha, \gamma$  はすべて  $R$  の要素である。