

6 a, b, c を実数とし,

$$I(a, b) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{ax} \cos bx \, dx, \quad J(a, b, c) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{ax} \sin bx \sin cx \, dx$$

とおく。ただし, $a \neq 0$ とする。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) $I(a, b)$ を求めよ。
- (2) $J(a, b, c)$ を $I(a, b+c)$ と $I(a, b-c)$ を用いて表せ。
- (3) 次の極限を求めよ。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} 8 \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin tx \sin 2tx \cos 3tx \cos 4tx \, dx$$