

6 複素数平面上の互いに異なる4点 $A(z_1)$, $B(w_1)$, $C(z_2)$, $D(w_2)$ を考える。

(1) 次の等式が成立することを示せ。

$$|z_1 w_1 + z_2 w_2|^2 = (|z_1|^2 + |z_2|^2)(|w_1|^2 + |w_2|^2) - |z_1 \overline{w_2} - z_2 \overline{w_1}|^2$$

(2) 2つの等式

$$|z_1 w_1 + z_2 w_2|^2 = (|z_1|^2 + |z_2|^2)(|w_1|^2 + |w_2|^2) \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$|z_1| = |w_1| \cdots \cdots \textcircled{2}$$

が成り立つとき, 2つの直線 AB と CD は平行であることを示せ。

(3) 2つの等式①, ②が成り立ち, 4点 A, B, C, D が同一直線上にないならば, これらの4点はある直線に関して対称な四角形の頂点となることを示せ。