

2 a, b を $0 < a < 1, 0 < b < 1$ を満たす実数とする。平面上の三角形 ABC を考え、辺 AB を $a : 1 - a$ に内分する点を P 、辺 BC を $b : 1 - b$ に内分する点を Q 、辺 CA の中点を R とし、三角形 ABC の面積を S 、三角形 PQR の面積を T とする。

(1) $\frac{T}{S}$ を a, b で表せ。

(2) a, b が $0 < a < \frac{1}{2}, 0 < b < \frac{1}{2}$ の範囲を動くとき、 $\frac{T}{S}$ がとりうる値の範囲を求めよ。

(3) p, q を 3 以上の整数とし、 $a = \frac{1}{p}, b = \frac{1}{q}$ とする。 $\frac{T}{S}$ の逆数 $\frac{S}{T}$ が整数となるような p, q の組 (p, q) をすべて求めよ。