

4 実数  $a = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  に対して, 整式  $f(x) = x^2 - ax + 1$  を考える。

- (1) 整式  $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$  は  $f(x)$  で割り切れることを示せ。
- (2) 方程式  $f(x) = 0$  の虚数解であって虚部が正のものを  $\alpha$  とする。 $\alpha$  を極形式で表せ。ただし,  $r^5 = 1$  を満たす実数  $r$  が  $r = 1$  のみであることは, 認めて使用してよい。
- (3) 設問 (2) の虚数  $\alpha$  に対して,  $\alpha^{2023} + \alpha^{-2023}$  の値を求めよ。