5 $f(x)$, $g(x)$ を $x \geqq 0$ で定義された正の値をとる連続関数で，$g(x)$ は増加関数であるとする．このとき

$$S(x) = \int_0^x f(t)dt, \quad T(x) = \int_0^x f(t)g(t)dt$$

に対して次の (1)，(2) を証明せよ．

(1) すべての $x > 0$ に対して $T(x) \leqq g(x)S(x)$ である．

(2) $\dfrac{T(x)}{S(x)}$ は $x > 0$ で増加関数である．ここで一般に関数 $h(x)$ が増加関数であるとは，$x_1 < x_2$ ならば $h(x_1) \leqq h(x_2)$ が成立することをいう．