

3 原点  $O$  を中心とする球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  を  $C$ , 平面  $y = 1$  を  $\alpha$  とする.

$0 < a < \frac{\pi}{2}$  の定数  $a$  と点  $A(0, 1, 0)$  に対して, 次の条件を満たす球面  $C$  上の点  $P$  全体のなす集合を  $M$  とする.  $\angle AOP < \frac{\pi}{2}$  であって, 平面  $\alpha$  と点  $P$  における  $C$  の接平面  $\beta$  とのなす角 ( $\alpha$  の法線と  $\beta$  の法線とのなす角) が  $a$  である.

(1)  $M$  はどのような集合であるか,  $a$  を用いて表せ.

(2) 平面  $px + y - z + q - \cos a = 0$  と  $M$  とが共有点をもつための  $p, q$  の満たす条件を求め, 点  $(p, q)$  の存在範囲を図示せよ.