

2 0以上の整数  $k$  に対し,

$$S_k(n) = 1^k + 2^k + \cdots + n^k$$

とおく.

- (1) 等式  $(n+1)^5 = 1 + \sum_{k=0}^4 {}_5C_k S_k(n)$  がすべての正の整数  $n$  について成り立つことを示せ.
- (2)  $n$  の5次多項式として  $S_4(n)$  を求めよ.