

3 $f(x)$ を実数全体で定義された連続関数で, $x > 0$ で $0 < f(x) < 1$ を満たすものとする. $a_1 = 1$ とし, 順に, $a_m = \int_0^{a_{m-1}} f(x) dx$ ($m = 2, 3, 4, \dots$) により数列 $\{a_m\}$ を定める.

(1) $m \geq 2$ に対し, $a_m > 0$ であり, かつ $a_1 > a_2 > \dots > a_{m-1} > a_m > \dots$ となることを示せ.

(2) $\frac{1}{2002} > a_m$ となる m が存在することを背理法を用いて示せ.