

3 多項式の列  $f_n(x)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$  が,  $f_0(x) = 2$ ,  $f_1(x) = x$ ,

$f_n(x) = xf_{n-1}(x) - f_{n-2}(x)$ ,  $n = 2, 3, 4, \dots$  をみたすとする.

(1)  $f_n(2 \cos \theta) = 2 \cos n\theta$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$  であることを示せ.

(2)  $n \geq 2$  のとき, 方程式  $f_n(x) = 0$  の  $|x| \leq 2$  における最大の実数解を  $x_n$  とおく.

このとき,  $\int_{x_n}^2 f_n(x) dx$  の値を求めよ.

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \int_{x_n}^2 f_n(x) dx$  の値を求めよ.