

2

(1) 平面上に $|\overrightarrow{OP}| = |\overrightarrow{OQ}| = |\overrightarrow{OR}| = 1$ をみたす相異なる 4 点 O, P, Q, R がある。このとき $|\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{OR}| = 0$ ならば、三角形 PQR は正三角形であることを示せ。

(2) 空間内に $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OD}| = 1$ をみたす相異なる 5 点 O, A, B, C, D がある。また O から A, B, C を含む平面におろした垂線の足を H とする。このとき、以下の 2 つの命題を示せ。

命題 (i) $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 3|\overrightarrow{OH}|$ ならば、三角形 ABC は正三角形である。

命題 (ii) $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = 0$ かつ $|\overrightarrow{OH}| = \frac{1}{3}$ ならば、四面体 $ABCD$ は正四面体である。