

4 2 名が先攻と後攻にわかれ、次のようなゲームを行う。

- (i) 正方形の 4 つの頂点を反時計回りに A, B, C, D とする。両者はコマを 1 つずつ持ち、ゲーム開始時には先攻の持ちコマは A 、後攻の持ちコマは C に置いてあるとする。
- (ii) 先攻から始めて、交互にサイコロを振る。ただしサイコロは 1 から 6 までの目が等確率で出るものとする。出た目を 3 で割った余りが 0 のときコマは動かさない。また余りが 1 のときは、自分のコマを反時計回りに隣の頂点に動かし、余りが 2 のときは、自分のコマを時計回りに隣の頂点に動かす。もし移動した先に相手のコマがあれば、その時点でゲームは終了とし、サイコロを振った者の勝ちとする。

ちょうど n 回サイコロが振られたときに勝敗が決まる確率を p_n とする。このとき、以下の問に答えよ。

- (1) p_2, p_3 を求めよ。
- (2) p_n を求めよ。
- (3) このゲームは後攻にとって有利であること、すなわち 2 以上の任意の整数 N に対して

$$\sum_{m=1}^{\lfloor \frac{N+1}{2} \rfloor} p_{2m-1} < \sum_{m=1}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor} p_{2m}$$

が成り立つことを示せ。ただし正の実数 a に対し $[a]$ は、その整数部分 ($k \leq a < k+1$ となる整数 k) を表す。