

3 座標空間の3点  $A(3, 1, 3)$ ,  $B(4, 2, 2)$ ,  $C(4, 0, 1)$  の定める平面を  $H$  とする。

また,

$$\overrightarrow{AP} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC} \quad (s, t \text{ は非負の実数})$$

を満たすすべての点  $P$  からなる領域を  $K$  とする。

- (1) 内積  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  を求めよ。
- (2) 原点  $O(0, 0, 0)$  から平面  $H$  に下ろした垂線の足を  $Q$  とする。 $\overrightarrow{AQ}$  を  $\overrightarrow{AB}$  と  $\overrightarrow{AC}$  で表せ。
- (3) 領域  $K$  上の点  $P$  に対して, 線分  $QP$  上の点で  $\overrightarrow{AR} = r\overrightarrow{AC}$  ( $r$  は非負の実数) を満たす点  $R$  が存在することを示せ。
- (4) 領域  $K$  において原点  $O$  からの距離が最小となる点  $S$  の座標を求めよ。