

6 放物線の一群

$$y = a_n - b_n x^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots ①$$

がある。 a_n, b_n は正の定数であって

$$a_n b_n = \frac{3}{4}, \quad a_{n+1} = \frac{2}{3} a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) ①のなかの1つの放物線 $y = a_r - b_r x^2 \dots\dots ②$ と、直線 $y = x \dots\dots ③$ との交点のなかで、第一象限内にあるものを P_r とし、点 P_r の x 座標を c_r とするとき、 $c_r = a_{r+1}$ であることを示せ。また P_r における放物線②の接線と直線③は直交することを示せ。
- (2) 放物線②と、点 P_r を通り x 軸に平行に引いた直線とで囲まれる有限部分を y 軸の周りに回転してできる回転体の体積を V_r とするとき $V_1 + V_2 + \dots + V_n + \dots$ の和を a_1 を用いて表わせ。