3　α を実数の定数，n を自然数とし，平面上に点 $P_n(n,\,0)$，$Q_n(n,\,n^{\alpha})$ をとる．また定積分 $\displaystyle\int_n^{n+1} x^{\alpha}dx$ の値を $S_n(\alpha)$，台形 $P_nP_{n+1}Q_{n+1}Q_n$ の面積を $T_n(\alpha)$ とする．

(1)　$S_n(\alpha)$，$T_n(\alpha)$ を計算せよ．また曲線 $y = x^{\alpha}$ の凹凸を調べることにより，$S_n(\alpha)$ と $T_n(\alpha)$ との間の大小関係を求めよ．

(2)　(1) を利用して $n^{\alpha+1}$ と $1 + (\alpha+1)\left(\dfrac{n^{\alpha}+1}{2} + \displaystyle\sum_{k=2}^{n-1} k^{\alpha}\right)$ との大小関係，および $\log n$ と $\dfrac{1+n}{2n} + \displaystyle\sum_{k=2}^{n-1} \dfrac{1}{k}$ との大小関係を調べよ．ただし，対数は自然対数である．