

5 1次関数 $f(x)$ は $f(x) = x + \pi \int_0^1 f(t) \sin 2\pi t dt$ を満たす。このとき、次の間に答えよ。

(1) $f(x)$ を求めよ。

(2) n を偶数とし、 $f(x)$ の n 乗を $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$ とおくと

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n \geq a_0 + a_2 + \dots + a_{n-2} + a_n > \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2}\right)^n$$

が成り立つことを証明せよ。