

2 整数を係数とする 3 次の整式

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

について、次の (1), (2) を証明せよ。

- (1) 有理数 α が方程式 $f(x) = 0$ の 1 つの解ならば、 α は整数である。
- (2) ある自然数 $k (> 1)$ に対して、 k 個の整数 $f(1), f(2), \dots, f(k)$ のどれもが k で割り切れなければ、方程式 $f(x) = 0$ は有理数の解をもたない。