

3 定点 $P(p, 0)$ ($p > 0$) で x 軸に接する第 1 象限内の円 $C_1, C_2, \dots, C_n, \dots$

を次のように定める．円 C_1 は直線 $l_1: y = 2\sqrt{2}x$ に接する．直線 l_1 に平行で，円 C_1 の中心 O_1 を通る直線を l_2 とするとき，円 C_2 は l_2 に接する．以下同様に，直線 l_{n-1} に平行で，円 C_{n-1} の中心 O_{n-1} を通る直線を l_n とするとき，円 C_n は l_n に接する．このとき，次の (1), (2) に答えよ．

(1) 円 C_n の半径 r_n を求めよ．

(2) 円 C_n の面積を S_n とするとき， $S = \sum_{n=1}^{\infty} S_n$ を求めよ．