

5 A, B 2 つのつぼがある. A には白球 a 個, 赤球 b 個が, B には白球 b 個, 赤球 a 個が入っている ($a > 0, b > 0$). まず, A より, 無作為に球を取り出す. 取り出した後, ただちにもとに戻す. 白球が取り出されたときは, 次に A より球を取り出し, 赤球が取り出されたときは, 次に B より球を取り出すとする. 以下このようにして, 球を取り出して戻すことを続けたとき, n 回目に取り出した球が白球である確率を p_n , 赤球である確率を q_n で表す. このとき, 次の (1), (2) に答えよ.

(1)
$$\begin{pmatrix} p_{n+1} \\ q_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, \dots)$$
 とするとき, 行列 $A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$ を求めよ.

(2) p_n を求め, かつ $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ を求めよ.