

1 平面上の2点 $P(a, c)$, $Q(b, d)$ に対して, 1次変換 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ を考える. 原点 O を中心とする単位円 $x^2 + y^2 = 1$ を C とする.

(1) P, Q がともに C 上にあり, ベクトル \overrightarrow{OP} と \overrightarrow{OQ} が直交するとき, この1次変換は C 上の任意の点を C 上に移すことを示せ.

(2) 逆に, この1次変換が C 上の任意の点を C 上に移すならば, P, Q はともに C 上の点であり, かつベクトル \overrightarrow{OP} と \overrightarrow{OQ} は直交していることを示せ.