

2 1 辺の長さが 1 である正三角形 $\triangle ABC$ において、辺 AB 上に点

$P_0, P_1, \dots, P_n, \dots$ 、辺 BC 上に点 $Q_0, Q_1, \dots, Q_n, \dots$ 、辺 CA 上に点 $R_0, R_1, \dots, R_n, \dots$ が、 P_0 は辺 AB の中点、 $P_n Q_n$ は辺 BC に垂直、 $Q_n R_n$ は辺 CA に垂直、 $R_n P_{n+1}$ は辺 AB に垂直 ($n = 0, 1, 2, \dots$) となるように配列されているとする。

(1) $AP_n = x_n$ とおく。 x_n と x_{n+1} の関係を求めよ。

(2) x_n を求めよ。

(3) 三角形 $\triangle P_n B Q_n$ 、 $\triangle Q_n C R_n$ 、 $\triangle R_n A P_{n+1}$ の面積の和を S_n とする。 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。