

1 y 軸上の点 $(0, t)$ を中心とし, r を半径とする円 C (ただし, $0 < r < t$) と, 原点を通り円 C に接する直線のうち正の傾きをもつ直線 l を考える.

(1) t と r の間に

$$r = \begin{cases} \frac{t}{\sqrt{2}} & (0 < t \leq 1 \text{ のとき}) \\ \sqrt{\frac{t}{2}} & (t > 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

なる関係がある場合, t を変化させたときの円 C と直線 l との接点の軌跡の方程式を求め, 図示せよ.

(2) 上で求めた曲線と直線 $x = 1$ および $y = \frac{1}{4}$ とで囲まれた図形を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積を求めよ.