

3 関数  $f(x) = x^2 + 2px + q$  を用いて, 数列  $\{a_n\}$  を

$$a_1 = 0, \quad a_{n+1} = -rf'(a_n) + a_n \quad (n = 1, 2, \dots)$$

と定める. ただし,  $p, q, r$  は実数で,  $p \neq 0$  かつ  $0 < r < \frac{1}{2}$  とする.

(1) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ.

(2)  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_{n+1} - a_n|$  を求めよ.

(3)  $m$  を  $f(x)$  の最小値とする. 任意の  $n$  について  $|f(a_{n+1}) - m| < |f(a_n) - m|$  が成り立つことを示せ.