

4 原点 O を中心とする半径 r の球面上に点 A, B, C を置き, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする. ベクトル \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} 間の内積に, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = kr^2$, $\vec{c} \cdot \vec{a} = 0$ (ただし, $0 \leq k < 1$) の関係がある場合について, 次の問いに答えよ.

(1) 平面 ABC 上の点 N について, ベクトル $\overrightarrow{ON} = \vec{n}$ を $\vec{n} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$ で表すとき, $s + t + u = 1$ となることを示せ.

(2) (1) のベクトル \overrightarrow{ON} の大きさが最小となるような s, t, u を, k を用いて示せ.

(3) 点 O, A, B, C を頂点とする三角錐の体積 V を, k と r を用いて示せ.