

5 行列

$$A = \begin{pmatrix} 15 & 6 \\ 6 & 10 \end{pmatrix}$$

について，以下の問いに答えよ．

(1) 方程式

$$\begin{cases} 15x + 6y = \lambda x \\ 6x + 10y = \lambda y \end{cases}$$

が $x = y = 0$ 以外の解をもつときの λ の値を 2 つ求めよ．

(2) (1) で求めた λ の 2 つの値を α, β ($\alpha > \beta$) とするとき，

$$AT = T \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$$

を満たし，逆行列をもつ行列 T を 1 つ求め，その逆行列 T^{-1} を求めよ．

(3) A^n を求めよ．

(4) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ を $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ でない列ベクトルとし，

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

とする．このとき，

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{y_n}{x_n}$$

を求めよ．ただし， $x_n \neq 0$ ($n = 1, 2, \dots$) と仮定する．