

5 関数 $f(x)$ が 0 でない定数 p に対して、つねに $f(x+p) = f(x)$ を満たすとき $f(x)$ は周期関数であるといい、 p を周期という。正の周期のうちで最小のものを特に基本周期という。たとえば、関数 $\sin x$ の基本周期は 2π である。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $y = |\sin x|$ のグラフをかき、関数 $|\sin x|$ の基本周期を求めよ。

(2) 自然数 m, n に対して関数 $f(x)$ を $f(x) = |\sin mx| \sin nx$ とおく。 p が関数 $f(x)$ の周期ならば $f\left(\frac{p}{2}\right) = f\left(-\frac{p}{2}\right) = 0$ が成り立つことを示せ。

また、このとき mp は π の整数倍であり、 np は 2π の整数倍であることを示せ。

(3) m, n は 1 以外の公約数をもたない自然数とする。(2) の結果を用いて関数 $|\sin mx| \sin nx$ の基本周期を求めよ。