

4 放物線 $C: y = x^2 - 1$ と $a_1 > 1$ を満たす実数 a_1 を考える．このとき，次の問いに答えよ．

- (1) C 上の点 $(a_1, a_1^2 - 1)$ における接線と x 軸との交点の x 座標を a_2 とするとき， a_2 を a_1 を用いて表せ．
- (2) (1) で求めた a_2 に対して， C 上の点 $(a_2, a_2^2 - 1)$ における接線と x 軸との交点の x 座標を a_3 とする．この操作を繰り返してできる数列を $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ とする．このとき，すべての n に対して， $a_n > 1$ を示せ．
- (3) $b_n = \frac{1}{2}(a_n - 1)$ とおくとき，すべての n に対して， $b_{n+1} < b_n^2$ を示せ．
- (4) $a_1 = 2$ のとき， $b_n < 10^{-12}$ となる n の値を 1 つ求めよ．ただし，必要があれば， $\log_{10} 2$ を 0.301 として計算してよい．