

3 行列  $B, E, A$  をそれぞれ  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = E + aB$  と定める．ここで  $a$  は実数とする．このとき以下の問いに答えよ．

- (1)  $P = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  が  $P = AP$  を満たすとき， $x$  と  $y$  が満たすべき条件を求めよ．
- (2) 行列  $A$  の表す移動が原点を通る直線に関する対称移動であるような  $a$  の値と，その直線を求めよ．
- (3)  $A^n = E + u_n B$  を満たす実数  $u_n$  を  $a$  と  $n$  を用いて表せ．ただし  $n$  は自然数とする．