

1 n を自然数とする . $x \geq 0$ において定義された関数

$$f_n(x) = \int_{-x}^1 \left(\log \frac{1}{t}\right)^n dt$$

について , 以下の問いに答えよ . なお , 必要ならば , 任意の整数 m について

$\lim_{x \rightarrow \infty} x^m e^{-x} = 0$ が成り立つことを用いてよい .

(1) $f_n(x)$ の導関数 $\frac{df_n(x)}{dx}$ を求めよ .

(2) 関数 $f_1(x)$ を求めよ .

(3) $n > 1$ のときの $f_n(x)$ と $f_{n-1}(x)$ の間に成り立つ関係式を求めよ .

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty} f_n(x)$ を n を用いて表せ .