2　a，b は実数（ただし，$b \neq 0$）で，$A = \begin{pmatrix} a & \sqrt{3}b \\ \sqrt{3}b & a+2b \end{pmatrix}$ とする．また，数列 $\{\alpha_n\}$，$\{\beta_n\}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ を次式により定める．

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \alpha_{n+1} \\ \beta_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \alpha_n \\ \beta_n \end{pmatrix}$$

以下の問いに答えよ．

(1)　次の関係式を満たす実数 p，q，v，w を求めよ．

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ v \end{pmatrix} = p \begin{pmatrix} 1 \\ v \end{pmatrix}, \quad A \begin{pmatrix} 1 \\ w \end{pmatrix} = q \begin{pmatrix} 1 \\ w \end{pmatrix}$$

ただし，$p \neq q$，$v < w$ とする．

(2)　(1) で求めた v，w から，行列 P を次のように定める．

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ v & w \end{pmatrix}$$

このとき，行列 $B = P^{-1}AP$ を求めよ．

(3)　(2) で定めた P を用いて，数列 $\{s_n\}$，$\{t_n\}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ を次式より定める．

$$\begin{pmatrix} s_n \\ t_n \end{pmatrix} = P^{-1} \begin{pmatrix} \alpha_n \\ \beta_n \end{pmatrix}$$

$\alpha \neq 0$，$\beta \neq 0$ のとき，無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} s_n$，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} t_n$ がともに収束するための a，b が満たすべき条件を求めよ．