

3 xy 平面上に曲線 $y = \frac{1}{x^2}$ を描き, この曲線の第 1 象限内の部分を C_1 , 第 2 象限内の部分を C_2 と呼ぶ. C_1 上の点 $P_1 \left(a, \frac{1}{a^2} \right)$ から C_2 に向けて接線を引き, C_2 との接点を Q_1 とする. 次に点 Q_1 から C_1 に向けて接線を引き, C_1 との接点を P_2 とする. 次に点 P_2 から C_2 に向けて接線を引き, 接点を Q_2 とする. 以下同様に続けて, C_1 上の点列 P_n と C_2 上の点列 Q_n を定める. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 点 Q_1 の座標を求めよ.
- (2) 三角形 $P_1Q_1P_2$ の面積 S_1 を求めよ.
- (3) 三角形 $P_nQ_nP_{n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) の面積 S_n を求めよ.
- (4) 級数 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ の和を求めよ.