

5 n, N を正の整数とする．以下の問いに答えよ．

(1) k を正の定数とし，関数 $f(x)$ は $f(x) = f(x+k)$ をみたすとする．このとき，

$$T_n = \int_{k(n-1)}^{kn} e^{-x} f(x) dx, \quad S_N = \sum_{n=1}^N T_n$$

とおく． T_n と S_N を T_1 で表せ．

(2) (1) において $f(x) \geq 0$ とする．このとき， k 以上の実数 z に対して

$$S_n \leq \int_0^z e^{-x} f(x) dx < S_{N+1}$$

が成立するような N を求めよ．さらに，この不等式を用いて極限

$\lim_{z \rightarrow \infty} \int_0^z e^{-x} f(x) dx$ が存在することを示し，この極限を T_1 で表せ．

(3) $h(x) = e^{-x} |\cos \pi x|$ とする． $y = h(x)$ ， x 軸， y 軸および $x = z$ で囲まれた部分の面積を $V(z)$ とおく． $\lim_{z \rightarrow \infty} V(z)$ を求めよ．