4　p と q はともに整数であるとする。2 次方程式 $x^2+px+q=0$ が実数解 α，β を持ち，条件 $(|\alpha|-1)(|\beta|-1)\neq 0$ をみたしているとする。このとき，数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n=(\alpha^n-1)(\beta^n-1) \quad (n=1,2,\ldots)$$

によって定義する。以下の問いに答えよ。

(1)　a_1，a_2，a_3 は整数であることを示せ。

(2)　$(|\alpha|-1)(|\beta|-1)>0$ のとき，極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|$ は整数であることを示せ。

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ となるとき，p と q の値をすべて求めよ。ただし，$\sqrt{5}$ が無理数であることは証明なしに用いてよい。