

4 k を $k \geq 0, k \neq 1$ を満たす実数として、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \{1 - (1 - k)x\}^{\frac{1}{1-k}}$$

で定める。ただし、関数 $f(x)$ の定義域は、 $0 \leq k < 1$ のとき $0 \leq x \leq \frac{1}{1-k}$ であり、 $k > 1$ のとき $x \geq 0$ である。以下の問いに答えよ。

(1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。

(2) $k = 0$ のとき、 $0 < k < 1$ のとき、 $1 < k$ のときのそれぞれの場合について、関数 $y = f(x)$ の増減、グラフの凹凸、座標軸との交点を調べてグラフをかけ。

(3) $x \geq 0$ であるとき、

$$\lim_{k \rightarrow 1+0} \{1 - (1 - k)x\}^{\frac{1}{1-k}}$$

を求めよ。ここで、自然対数の底 e が $e = \lim_{h \rightarrow 0} (1 + h)^{\frac{1}{h}}$ を満たすことを用いてよい。