

1 座標平面上の曲線 C_1 と C_2 をそれぞれ

$$C_1 : y = ax^n \quad (x > 0)$$

$$C_2 : y = \log x \quad (x > 0)$$

とする。ただし、 n を 2 以上の整数、 a を実数とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $x > 0$ のとき、 $\log x < x$ が成り立つことを証明せよ。
- (2) 曲線 C_1 と C_2 が異なる 2 点で交わるための a の条件を n を使って表せ。
- (3) a が (2) で求めた条件を満たすとする。曲線 C_1 と C_2 の異なる 2 つの交点 P, Q の x 座標をそれぞれ p, q とする。ただし $p < q$ とする。このとき、

$$p < \frac{q-p}{a(q^n - p^n)} < q$$

が成り立つことを証明せよ。