

5 以下の規則にしたがって数直線上を移動する点 A を考える。

(規則) 点 A が座標 x にあるとき, 表が出る確率が α ($0 < \alpha < 1$) のコインを投げて, 表が出たら x から $\frac{x}{2}$ へ移動し, 裏が出たら x から $1 - \frac{x}{2}$ へ移動する。

点 A がはじめに座標 0 にあるとして, 事象「上記の規則を適用する操作を n 回 ($n \geq 1$) 繰り返した直後に点 A が座標 y にある」の確率を記号 $P_n(y)$ で表す。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) $P_1(y) > 0$ となる y ($0 \leq y \leq 1$) とその確率 $P_1(y)$ の組をすべて答えよ。
- (2) $y < 0$ または $y > 1$ のとき, $P_n(y) = 0$ であることを示せ。
- (3) $P_n(1)$ を求めよ。
- (4) k を自然数とするとき, 以下のそれぞれの条件で $P_n(2^{-k})$ を求めよ。
 - ① $n \leq k$ のとき
 - ② $n > k$ のとき