

2 M を 2 以上の自然数, p を実数として, 次の条件によって定められる $3M$ 個の項からなる数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{3M}$ を考える。

$$a_{n+2} - 2a_{n+1} + a_n = \frac{3n+p}{27M^3}, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = 0$$

- (1) $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, \dots, 3M - 1$) とするとき, 数列 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{3M-1}$ の一般項 b_n を求めよ。
- (2) 数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{3M}$ の一般項 a_n を求めよ。さらに, $a_{3M} = 0$ を満たす p を p_M とするとき, p_M を M の式で表せ。
- (3) (2) で求めた p_M について, $p = p_M$ の場合における数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{3M}$ の中で最小の項を c_M とする。 $a_n = c_M$ となるすべての n を M の式で表せ。さらに, $\lim_{M \rightarrow \infty} c_M$ を求めよ。