

5  $xy$  平面上の曲線  $C$  を、媒介変数  $t$  を用いて次のように定める。

$$x = 5 \cos t + \cos 5t, \quad y = 5 \sin t - \sin 5t \quad (-\pi \leq t < \pi)$$

以下の問いに答えよ。

- (1) 区間  $0 < t < \frac{\pi}{6}$  において、 $\frac{dx}{dt} < 0$ ,  $\frac{dy}{dx} < 0$  であることを示せ。
- (2) 曲線  $C$  の  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{6}$  の部分、 $x$  軸、直線  $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$  で囲まれた図形の面積を求めよ。
- (3) 曲線  $C$  は  $x$  軸に関して対称であることを示せ。また、 $C$  上の点を原点を中心として反時計回りに  $\frac{\pi}{3}$  だけ回転させた点は  $C$  上にあることを示せ。
- (4) 曲線  $C$  の概形を図示せよ。